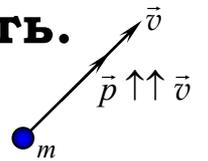


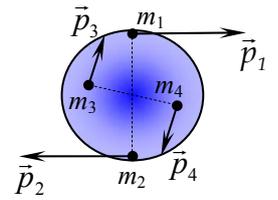
III. Законы сохранения. Работа и мощность.

- Импульс материальной точки** $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ m - масса материальной точки
 \vec{v} - скорость этой материальной точки
- Импульс системы материальных точек** равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$

Пример: импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр
 $\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \dots + \vec{p}_n = 0$



3. Теорема об изменении импульса материальной точки

$$\Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - изменение импульса материальной точки.
 $\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

$$\sum \vec{F} = \text{const}$$

Δt - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы.

Выводится из II закона Ньютона: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. Если $\sum \vec{F} = \text{const}$, то $\vec{a} = \text{const}$ и

$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$ Подставив в уравнение \uparrow и, домножив обе части на Δt , получим ...

4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Из п. 2: $\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 + \dots + \Delta \vec{p}_n = \sum \vec{F} \Delta t$; $\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы

Из п. 3: $\Delta \vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$, $\Delta \vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$, ... $\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ - сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы $\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$ - сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \dots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \dots = 0$ - по III закону Ньютона $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$, ...

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внешн}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внешн}}$ - сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы

Δt - время, в течение которого действовали силы.

$\Delta \vec{p}_{\text{сист}}$ - изменение импульса системы материальных точек за время Δt

$$\sum \vec{F}_{\text{внешн}} = \text{const}$$



5. Закон сохранения импульса:

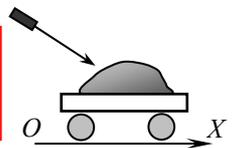
Импульс системы материальных точек сохраняется, если

- 1) Сумма внешних сил, действующих на эту систему равна нулю.
- 2) Время действия внешних сил мало так, что изменение импульса системы незначительно по сравнению с изменениями импульсов входящих в систему тел - выстрелы, взрывы, соударения, при которых внешние силы малы по сравнению с внутренними силами.

Кроме того,

- 3) сохраняется проекция импульса на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.

$$p'_{\text{сист}x} = p''_{\text{сист}x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внешн}} \perp OX$$



6. Работа силы

Единица измерения работы в СИ:

1 Дж = 1 Н·м

$A > 0$, если α - острый угол.

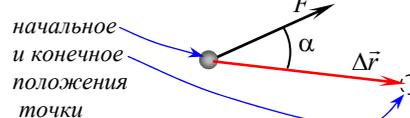
$A < 0$, если α - тупой угол.

$A = 0$, если $\alpha = 90^\circ$.

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

$A_{\vec{F}}$ - работа силы \vec{F}

$$\vec{F} = \text{const}$$



$\Delta \vec{r}$ - перемещение материальной точки, на которую действует сила \vec{F} .

α - угол между силой \vec{F} и перемещением $\Delta \vec{r}$

Чтобы найти работу не постоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \dots$, чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной.

Тогда $A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \dots$ Например, если $F = \text{const}$ и $\angle(\vec{F}; \vec{v}) = \alpha = \text{const}$, то

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F_s \cdot s, \text{ где } s - \text{путь}$$



$F_s = F \cdot \cos \alpha$ - проекция силы на направление вектора скорости

7. Мощность

Единица измерения мощности в СИ
 $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$

$$N = \frac{A}{t}$$

$N = \text{const}$

Работа, совершенная за время t .

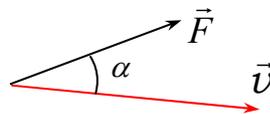
Если мощность не постоянна, то вычисляется

средняя мощность:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t}$$

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad N = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$



8. Механическая энергия

$$E_{\text{мех}} = E_k + E_p$$

Потенциальная энергия – этой энергией обладают тела и системы тел, на которые действуют **консервативные силы**: $F_{\text{грав}}$ ($F_{\text{тяж}}$), $F_{\text{упр}}$, $F_{\text{электр}}$

(Эти силы консервативны, если каждому положению тела (системы) соответствует неизменное во времени значение этих сил. Например, если эти силы являются внутренними для системы.)

Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_k^{\text{сист}} = E_{k1} + E_{k2} + \dots$$

Кинетическая энергия

материальной точки массой m , движущейся со скоростью v .

Кинетическая энергия системы материальных точек

Теорема о кинетической

энергии: $\Delta E_k = A_{\text{всех сил}}$ — Работа всех сил, действующих в системе.

Изменение кинетической энергии системы

Силы, работа которых над системой (телом) при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы (тела).

Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Потенциальная энергия

— это такая функция от расположения системы, убывь которой при перемещении системы равна работе

консервативных сил на этом перемещении. $E_{p1} - E_{p2} = A_{1-2}^{\text{конс}}$

Чтобы вычислить конкретное значение E_p , договариваются в каком положении системы "O" считать $E_p(O) = 0$. Тогда в произвольном положении "M" потенциальная энергия системы $E_p(M) = A_{\text{конс M-O}}$

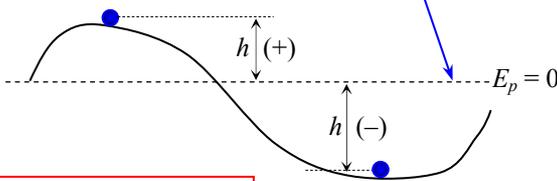
9. Теорема о механической энергии

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{\text{всех сил}} - A_{\text{конс}} = A_{\text{неконс. сил}}$$

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{неконс}}$$

$$E_p^{\text{тяж}} = \pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{\text{упр}} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$



10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ($A_{\text{неконс}} = 0$)

$$E'_{\text{мех}} = E''_{\text{мех}}$$

Если $A_{\text{неконс}} = 0$

11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением

$F_{\text{трения скольжения}}$; $F_{\text{сопр. жидк. и г.}}$; $F_{\text{неупруг. взаимод.}}$

тепла.

$A_{\text{внутр. дис}} = -Q$ — не зависит от системы отсчета

$$E'_{\text{мех}} - E''_{\text{мех}} = Q$$

Если $A_{\text{неконс}} = A_{\text{внутр. дис}}$.

12. Методы вычисления работы

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha \quad \vec{F} = \text{const}$$

$$A_{1-2}^{\text{конс}} = E_{p1} - E_{p2}$$

$$A_{1-2}^{\text{тяж}} = mg(h_1 - h_2)$$

$$A_{\text{неконс}} = \Delta E_{\text{мех}}$$

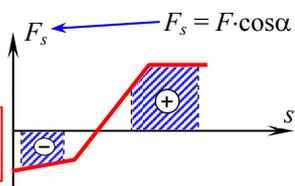
$$A_{1-2}^{\text{упр}} = \frac{k}{2} (\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)$$

$$A_{\text{всех сил}} = \Delta E_k$$

$$A_{\vec{F}} = \pm S \text{ под графиком } F_s(s)$$

Численно

«+» — если график выше оси s
 «-» — если график ниже оси s



$F_s = F \cdot \cos \alpha$ — проекция силы на направление вектора скорости

пройденный путь

13. Средняя по времени сила

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{p}_{\text{сист}}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время Δt